The Contributions of Arabic Scholars in the field of Science and Mathematics at Medical Times

Dejun Kong[1,a] and Fei Wen[2,b,*]

[1]School of Foreign Languages, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, P.R.China

[2] Institute of Applied Mathematics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, P.R.China

[a]ayub@163.com, [b]wenfeimath@163.com

*Corresponding author

Keywords: Arab, Muslim, Mathematics.

Abstract. It is commonly agreed among the scholars that the study and research on both reason and science were quite emphasized by the Arabians in the middle century, resulted in a very high level of the ideology which not only promoted the development of the science in the Islamic world at the Middle Ages, especially in the field of Mathematics, but also woke up the sleeping European world of philosophy and built a strong foundation for the coming soon Renaissance.

1. 引言

公元610年，伴随伊斯兰教的兴起，阿拉伯人才登上历史舞台。但仅仅过了25年，也就是公元635年，阿拉伯人就开始兵分两路，对拜占庭和波斯帝国展开全面进攻，东路大军占领了叙利亚首府大马士革，打开东进波斯和北上中亚的序幕。公元637年，阿拉伯人占领伊拉克，嗣后进入伊朗高原，公元642年，消灭了具有1200多年历史文明的波斯帝国。公元640年，阿拉伯人攻入附属于拜占庭的埃及，641年攻陷亚历山大，642年占领开罗。从此，叙利亚、埃及等地开始阿拉伯化，古叙利亚语和古埃及科普特语逐渐被人们所遗忘，人们开始讲阿拉伯语。公元661，穆罕默德的弟子穆阿维叶建立伍麦叶王朝（一译倭马亚王朝），该王朝统治时期，版图东起印度河和帕米尔高原，西至大西洋的比斯开湾，南自尼罗河下游，北达里海和咸海南缘，横跨欧、亚、非三大洲的土地，形成当时世界上领土最广大的帝国。

公元750年，阿拔斯王朝取代伍麦叶王朝，定都巴格达，该王朝在中世纪达到极盛，在哈伦拉希德和马蒙统治时期更达到了顶峰。在其极盛时期，疆域东起印度河及葱岭，西抵大西洋沿岸，北达高加索山脉、里海以及法国南部，南至阿拉伯海与撒哈拉沙漠，国土面积达1340万平方公里，是世界古代历史上东西方跨度最长的帝国之一，亦是继波斯阿契美尼德王朝、亚历山大帝国、罗马帝国、拜占庭帝国之后地跨亚欧非三洲的大帝国。1299年，信仰伊斯兰教的奥斯曼一世自称伍麦叶王朝和阿拔斯王朝的继承者，建立奥斯曼帝国，基本上继承了以述两个王朝的所有领土。

至16世纪，奥斯曼帝国日趋鼎盛，其领土在17世纪达到最高峰。在奥斯曼海军领袖巴巴罗萨的带领下，完全掌控了地中海。到了现代，因为受殖民主义者入侵等一系列历史原因，帝国逐渐开始衰落。第一次世界大战中，选错了合作伙伴的奥斯曼帝国败于协约国之手，奥斯曼帝国被瓜分，凯末尔遂领导起义，宣布废黜哈里发制，建立了土耳其共和国。几乎与此同时，阿拉伯民族解放运动此起彼伏，纷纷从奥斯曼帝国独立出来，至70年代初，大多阿拉伯地区独立建国。此至，自公元610年起创造的阿拉伯——伊斯兰哈里发国家退出了历史舞台。

大多阿拉伯史学家以信仰为划分，将公元610年至1923年之间的历史时期称为哈里发时期，或者直接称为“阿拉伯时期”，将生活在如上三个哈里发时期——伍麦叶、阿拔斯和奥斯曼时期哈里发统治之下的领土统称为阿拉伯。在我国学界，有人将以上时期称为阿拉伯——伊斯兰时期。但西方史学界以民族为划分，侧重将1258年之后由突厥人建立的奥斯曼哈里发时期称为异族统治时期，然而他们的史学界至今无法按照这种推理解释波斯人为统治主体的阿拔

DOI: 10.25236/acepmb.2019.013

斯王朝。在古代，阿拉伯史学家习惯于将以上广袤的领土称为东阿拉伯和西阿拉伯，东阿拉伯除了今天我们所知道的大多数阿拉伯国家之外，还包括中亚、印度次大陆等；西阿拉伯主要指从地中海沿岸到大西洋的北非地区，包括今毛里塔尼亚、摩洛哥、阿尔及利亚、突尼斯和利比亚五个国家，还包括西撒哈拉和今西班牙、葡萄牙的一部分，甚至包括比利牛斯山以南的广袤区域。

可以说，现今世界上存在的阿拉伯国家，绝大多数不曾在历史上作为一个独立的国家存在，其中极少部分虽然曾经有过独立建国的历史，但其地理和文化上的概念和定义早已经发生改变，不复存在。这也是当年阿拉伯历史学、地理学、政治学、人类学等领域的复杂问题。

基于上述原因，西方人习惯上将穆斯林统治时期的印度文学称为阿拉伯文学，将阿拉伯人从印度传来的数字称为阿拉伯数字。

因此说，中世纪阿拉伯是一个非常广的概念，本文着重介绍阿拔斯王朝和穆斯林安达卢西亚王朝时空范围内，以阿拉伯穆斯林为主体的科学家为世界文明所做的主要贡献，尤其数学方面的一些具体贡献。

2.穆斯林在数学方面的主要贡献

根据文献考证可知，以阿拉伯穆斯林为主体的阿拉伯人在数学方面做出了许多重要的贡献，具体体现在以下四个方面：

（一）阿拉伯人是推动数学发展的力量中不可缺少的一部分

人们传统上认为阿拉伯人在数学领域没有做出过什么重要的具体贡献，他们所做的只是吸收了希腊和印度的数学，把它们保留下来，并最终传给欧洲。实际上，阿拉伯人在数学方面的贡献，并未局限于对希腊和印度数学的全盘吸收和保存，他们在代数学、几何学、三角学等领域的成就在同时代一直独领风骚，只不过并不为欧洲所了解罢了。在13世纪之后，以至于整个文艺复兴时期，欧洲人所收集翻译和吸收的是大量的希腊数学著作，而阿拉伯人的数学著作中则仅有少量的为欧洲人所了解。直到很晚的时代，一些阿拉伯人的数学著作才逐渐为欧洲人所知，大量阿拉伯数学著作被发掘研究则是19世纪后期、20世纪的事。因此，以现代数学的观点去评判阿拉伯人的成就是片面的、不可取的，只有将中世纪阿拉伯人的数学工作与其他文明——早期希腊、同时期或之前的中国和印度等的数学工作进行比较，才能做出客观、公正的评价。毫无疑问，如果没有8世纪下半叶的伊斯兰文化的觉醒，大量的古代科学和数学知识势必失传，之后不同的时期，巴格达、科瓦尔多、布哈拉、花拉子模、撒马尔罕等伊斯兰城市相继成为重要的科学中心，阿拉伯人通过各种途径组织收集了大量的希腊和印度的数学和天文学著作，并有大批的叙利亚、伊朗、美索不达米亚、印度等地的学者聚集或被延聘到这些地方，其中不乏相当出色的翻译人员，他们把大量的各种文献译成阿拉伯文。在翻译过程中，他们对许多文献重新进行了校订、考证、勘误、增补和注释。

（二）阿拉伯人在方程求解上有较突出的贡献

阿拉伯人对二次方程的一般化、系统化的论述，达到了前所未有的高度。他们针对明确的代数方程首次给出了一般三次方程（有正根）的几何解法（利用圆锥曲线或圆相交的方法），并引入了数和几何量之间自由过渡的“面数”和“立体数”等概念。在二次方程的代数解法和三次方程的几何解法上，阿拉伯学者的成就是同时期或之前以至于文艺复兴之前的其他国家学者所无法比拟的，他们这方面的工作对文艺复兴时期方程论的发展具有重要意义。

阿拉伯学者首先将多项式理论作为代数计算的理论加以论述，尽管他们的探讨是浅显的、最基本的，没有在更深的层次上进行思考，但他们首次将多项式理论作为专门的课题加以研究；另一方面，他们的工作丰富了实数代数结构，为代数结构从有理量到无理量的扩张做了最初的尝试。

阿拉伯学者在解决等间距二次内插法时，并没有采取印度和中国推算的过程，而是直接在其线性插值公式上添加修正得到了内插公式。他们还将插值法应用于三角函数值的计算，

列出了大量的相当精确的三角函数表。阿拉伯数学家的另一突出之处是，对开方法和方程数值解法的应用。阿拉伯学者完成了由早期的开低次方法到12世纪的开高次方法——鲁菲尼——霍纳算法的逐步推广和发展，最终实现了寻求开方法的简单的、程序化的计算模式的目的，遗憾的是阿拉伯学者虽将开平方、开立方推广到二、三次方程的数值解法，但没有实现开高次方到高次数值方程解法的突破。虽然如此，阿拉伯学者在开高次方和二、三次方程数值解法上除不及同时代的中国之外，已遥遥超出同时期或之前的其他国家。

（三）阿拉伯人促进了阿拉伯数字的诞生

中世纪的阿拉伯人在科学领域达到了顶峰，尤其在数学领域的成就更是登峰造极。如同其他科学一样，数学较为规范的研究始于公元前8世纪后半叶，即阿拔斯王朝时期，这一时期从事数学工作的大多为阿拉伯穆斯林，其主要学术素材源于当时被翻译成阿拉伯语的印度和希腊古籍。公元11世纪，虽然也有个别非穆斯林用阿拉伯语撰写了数学方面的著作，但几乎所有的原创性工作都是由阿拉伯人完成的。到了12世纪，西方人才开始将阿拉伯语翻译成拉丁语和希伯来语，逐步开始传播这一领域的相关研究成果。然而，事实证明，直到13世纪末期，阿拉伯人在数学领域的贡献是其他任何族群无法比肩的。

阿拉伯人使用大量的数字包括“零”来进行计算，而非口头上做数字计算或依赖于字母表，这不但使数学变得非常简单，并且可以被运用于日常生活中的商业交易中。“零”在数学中非常重要，没有“零”就不可能表示像十、百等数字。如果不使用零，就要使用个位、十位和百位的图表（如算盘）的柱状图，以使每一个图表处于它该有的位置上。在西方世界认识“零”之前，阿拉伯人就开始使用这个数字了。后来拉丁语中表示零的“ciphra”一词，就起源于阿拉伯语；而阿拉伯单词sifr，则是空或者无的意思，现在泛指“零”。

事实上，阿拉伯人认为“零”最早源于印度，阿拉伯人称其为“印地数字”（al-A’dad al-Hindi）。在阿拉伯翻译界，有人将Hindi一词翻译成印度，因为他们认为这个数字起源于印度。但这种翻译似乎并不正确，因为单词Hindi有时指Handasi，也就是说和Handasah有关的意思是几何和艺术工程。阿拉伯数字中Hindi一般指“数学字符”。有不少例子可以说明单词Hindi可以替代Handasi，比如在天文学中被称之为Ad’ira-e-Hindi的累进循环译作“数学循环”可能更为准确。

后来的西方人向阿拉伯人学习使用数字，因而把这些数字称为“阿拉伯数字”。

然后，阿拉伯数字在以基督徒为主的欧洲传播起来却非常缓慢。欧洲的数学家们要么使用旧的罗马数字和珠算，要么将阿拉伯数字和他们的旧体系一起使用。直到12世纪，欧洲人从阿拉伯人那里学习数学之后，西方的学者们才能够创作出完全由零来表示的关于数字体系的文献。后来，意大利数学家莱奥纳多·皮萨诺（Leonardo Fibonacci）旅行到阿拉伯地区，学习了阿拉伯数字体系之后，在欧洲发表了数学方面的一些著作。这一体系被命名为算法，19世纪前杰出的穆斯林数学家、天文学家和地理学家花拉子密（al-Khwārizmi,Abū Ja'far）进一步推衍了这一算法，花剌子密与阿拔斯王朝的哈里发马蒙是同时期的人，许多文献都对此人有记录。但直到18世纪末期，数字学（1，2，3等）才被拉丁语作者称之为算法，在西班牙语中为Guorismo，而英国诗人乔叟把零称之为augrim。

（四）阿拉伯人推动了代数及相关学科的发展

阿拉伯人推进了算术的发展，著成许多关于日常生活使用和商业算术方面的书籍。代数是他们提出的一门精确的科学，花刺子密把他在这方面的书命名为“Kitab al-Jabr Wa‘l-Muqabalah”（《算术和代数论著》），其中Jabr指恢复，它主要是通过在一个数上加和乘达到等于另一个数的目的。Muqabalah指比较，该术语被应用于等式两边的比较，如$a+b+5$。似乎单词还原、移项(al-Jabr)一开始被用在简单运算上，如加法和乘法，但是后来才演变成代表全部科目的涵义。

在阿拔斯哈里发曼苏尔时代，阿拉伯人的政权中心从叙利亚转移到波斯。决定将巴格达定为新首都，宰相哈立德·伊本·伯尔麦克（Khalid ibn Barmak）为了进行初步勘测，任命南亚天文学家和工程师纳卜赫（Naubakht）和一个名为马沙·安拉的天文学家来做这件事。马沙·安

拉还撰有一部商品定价方面的书，这是阿拉伯同类文献中的首部著作。另一本关于占星术中星座识别的书（《哈基木书》），也牵扯到数学运算，是由纳卜赫撰写。

阿拔斯哈里发在宫廷中招募了大量学问渊博的学者，其中，穆罕默德·伊本·易卜拉欣·法扎里和雅库比·伊本·塔拉其首次通过印度天文学和数学著作《增订婆罗门历数全书》，将印度数学介绍到了阿拉伯地区。

巴格达总督哈查只·伊本·优素福在786到833年间身名远扬，曾将军队派到印度和中国边界，他还是第一位将欧几里德的《几何原本》翻译成阿拉伯语的人。这部著作被阿拉伯人翻译过两次，一次是在哈里发哈伦·拉希德时期，另一次是其儿子马蒙时期，后来第二个阿拉伯版本又被翻译成了拉丁语。阿拉伯天文学和数学家艾布·赛义德·朵利勒·朱尔贾尼著有几何学专著。穆斯林数学家、天文学家和地理学家花剌子密收集整理了希腊和印度教方面的知识，阿拉伯人和欧洲人通过他的算术论著，得以知晓阿拉伯语的Hindu体系。后来，他的这些成果被翻译成了拉丁语，他在数学方面的影响超越了中世纪的所有学者，他撰有算术、几何学、音乐和天文学方面的著作，其中一本著作研究数字的起源问题。

花剌子密在其代数论著中，首先解释了二次方程问题，然后描述了乘法和除法，并且研究了地面测量。这本书的一部分涉及遗传问题，通过数值为例描述了一次方程，并且区分了二次方程的六种情形，系统地论述了六种类型的一次和二次方程的解法。

1．平方等于根　$ax^2 = bx$

2．平方等于数　$ax^2 = c$

3．根等于数　$ax = c$

4．平方与根等于数　$ax^2 + bx = c$

5．平方与数等于根　$ax^2 + c = bx$

6．根与数等于平方　$bx + c = ax^2$

花剌子密给出了线性方程和二次方程的解。从他处理等式的方式来看，正号和负号产生了。他通过$x^2 + 10x = 30$的例子给出了一个几何解，并用图形进行了说明。诸如这样的等式被后人多次重复使用。

列奥纳多比萨也在其著作中罗列了二次方程的六种情形，认为阿拉伯方法优于毕达哥拉斯方法——勾股定理。

艾哈迈德、贾法尔和海塞姆三兄弟，人称巴奴·穆萨——穆萨之子，在马蒙王朝时期非常著名，在数学、机械学和天文学方面成就斐然。艾哈迈德对机械学特别感兴趣，哈桑专注于几何，贾法尔是三兄弟中最杰出的，他同时也是一名逻辑学家和欧几里德几何学和《天文学大成》的追随者。他们的主要贡献为：关于平衡（Frastun or Qarastun）球面的测量、角度的三等分和对两个给定数量平均比例的确定等。他们描述了角度的运动学三等分和被称为椭圆型的园丁结构。

阿拉伯科学家和哲学金迪写过270本著作，其中一些是关于数学的，有4本是关于印度数字使用方面的。

在中世纪，花剌子密和金迪的著作是西方世界了解数字体系的最主要渠道。公元9世纪下半叶，阿拉伯穆斯林数学家的数量急剧增加，他们在算术、几何或天文学领域建树颇多，也有人对三角学特别感兴趣。在这一时期，数字使用变得非常普遍，因为在那个时期穆斯林贸易遍及世界各地。这些活动加快了数学在全球范围内的推广，最早记载数字的穆斯林文献可以追溯到公元874到888年。

这一时期著名的数学家和天文学家是波斯人巴哈尼（又译基尔曼），他著有关于欧几里德和阿基米德的评论，推进了伊斯哈格·伊本·候奈因关于墨涅拉俄斯球面几何的翻译。他尝试徒手解决阿基米德问题，认为可以将一个球体以一个既定的比率分成两部分，推导出立方方程$x^3 + c^2 b = cx^2$，该方程被称为阿尔巴哈尼方程，成为经典的穆斯林问题。

艾布·希拉尔·希姆斯为艾哈迈德·本·穆萨将阿波罗尼奥斯的四本书翻译成了阿拉伯语。艾哈迈德·伊本·优素福是埃及图伦王朝（868年至905年）宰相，他写了一本诗歌、一本关于托勒密的评论和有关比例主题的书。他这部有关比例主体的书非常重要，影响了整个中世纪，西方数学家只有通过它才发现梅涅劳斯定理（证明点共线的定理）。

内利兹是穆塔迪德（约公元922年）哈里发时期著名的学者，著有关于托勒密和欧几里德的评论，这些评论后来被翻译成了拉丁语，他把切线当作一个真正的三角函数元素。

塔比特（约公元901）推进了亲和数理论的研究，提出可构造亲和数的公式（设 $p=3\cdot 2^n-1$；$q=3\cdot 2^{n-1}-1$；$r=9\cdot 2^{2n-1}-1$。若 p，q 和 r 都是素数，且 $p,q>2$，则 $2npq$ 和 $2nr$ 就是一对亲和数。）。另外，他在抛物线和抛物面测量方面的贡献也是非常显著的。

巴特尼（约公元929年）将天文学运用于数学研究，发展了球面三角学。他采用半弦代替托勒密的全弦，并且介绍了正切和余切函数表，他根据影长与太阳仰角之间的关系，编制了余切表，他还发现了著名的球面三角余弦定理：$\cos a=\cos b\cdot\cos c+\sin b\cdot\sin c\cdot\sin A$，对三角学的发展起到了重要的推动作用。

公元10世纪，几乎所有具有创造性的工作都是由阿拉伯穆斯林完成的，并且相关著作都以阿拉伯语出版。该世纪末期，数字发展迅速。艾布·卡密勒（公元850年-930年）是这一时期杰出的数学家，是花剌子密数学研究的直接继承者之一，他还完善了花拉子密在代数方面的工作。他给出了二次方程的解法，并且推进了代数学在正五边形和十边形上的应用，以及根号的加减（$\sqrt{a}\pm\sqrt{b}=\sqrt{a+b\pm\sqrt{2ab}}$）。他还提到代数的乘法和除法，重新解决了最多五个未知数的方程，该工作对阿尔·卡克希（953～1029）和意大利数学家莱奥纳多·皮萨诺的研究启发很大。

穆格台迪尔（908-932年）任哈里发时，物理学家和数学家艾布·奥斯曼·赛伊德非常有名，他将亚里士多德、欧几里德和伽林关于情绪和脉搏等方面的著作翻译成阿拉伯语，其中，他最重要工作是翻译了欧几里德的书籍以及帕皮斯的相关评论。同时，他还兼任巴格达、麦加和麦地那医院的负责人。

天文学家和数学家艾布·伊斯哈格·易卜拉欣·伊卜拉欣·伊本·西纳著有《圆锥曲线论》和《天文学大成》的评论，撰有不少地理学和天文学方面的论文。他的正交抛物线理论比阿基米德的理论更简明易懂。实际上，在积分出现以前，这是最简单的理论。穆斯林学者易卜拉欣的父亲斯楠也是一名天文学家和数学家。

穆斯林数学家和天文学家阿里·艾布·艾哈迈德·伊姆兰(约公元955年)写了一本关于艾布·卡密尔的代数著作方面的评论。

艾布·卡西（约公元961）对欧几里德《几何原本》第10卷内容进行了评论，他还著有天文学和数学方面的许多著作，他根据圆锥曲线论解决了阿尔巴哈尼本人未能解决的阿尔巴哈尼麦哈尼立方方程。

古希著有许多数学和天文学的著作，他曾对阿基米德的经典著作《球和圆柱体》做过深度注释，证明阿基米德建立的极值定理，这些研究对阿拉伯穆斯林几何学的发展做出了极大的贡献。

数学家西吉兹专门对圆锥曲线和圆的交叉进行了研究，用一个纯几何解对原角度的运动学三等分进行了替代，萨格哈尼也对角度三等分进行过研究。

艾布·瓦法·布兹贾尼是巴格达非常著名的天文学家和数学家，他是希腊著作的阿拉伯翻译者和注释者之一，对欧几里德、花剌子密等人的著作写过许多评论文章，著成《算术应用书》，并给出了 $x^4=a$ 和 $x^4+ax^3=b$ 的几何解。

艾布·瓦法在数学方面取得的重要成就在三角学，他对正弦加法定理给出了新的证明，率先研究了用直尺和“张口”固定的圆规画圆，给出抛物线及各种圆内接正多边形的作法，得出

了与半角公式 $2\sin^2\frac{\alpha}{2}=1-\cos\alpha$、$\sin\alpha=2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$ 对应的定理，同时引入了正割和余割的概念，给出了正切函数表。

艾布·胡坚迪完美地证明了两个立方数之和不是一个立方数，他被认为是验证球面三角形正弦定理的发明者之一。

艾布·纳赛尔是比鲁尼的老师，他发展了梅涅劳斯的球面学，同时也是许多三角学和天文学著作的作者之一。

穆斯莱麦·伊本·艾哈迈德不仅著有伊斯兰经济学中商业数学方面的论著，还研究过亲和数。

对数尚未发明之前，科学家们对于大数字的计算，是借助于三角学中的四个积化和差的公式来进行的，其中 $\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)]$ 这一公式首次由伊本·尤努斯(约公元1009年)提出，他还给出了 $\sin 1^\circ=\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{9}\cdot\sin(\frac{9}{8})^\circ+\frac{2}{3}\cdot\frac{16}{15}\cdot\sin(\frac{15}{16})^\circ$ 的近似值。

南亚数学家库什雅·伊本·拉巴姆对三角学的发展做出了巨大的贡献，他对艾布·加法尔正切方面的研究进行了再次拓展，并且编辑了正切函数表。

艾布·加法尔·默罕默德·伊本·侯赛因写了一本关于直角三角形方面的回忆录，后来该回忆录被翻译成了法语，他还著有一部被穆斯林称为固定几何学方面的著作，他还给出了方程 $X^2+a=Y^2$ 的解。

艾布·贝克尔·穆罕默德·伊本·哈桑在公元10世纪左右非常著名，他是最著名的穆斯林数学家之一，著有一本名为《计算之巅》数学专著，这本书大部分内容基于希腊数学，在这本书中，数字和数字名都得到了使用。同时他还撰有一部名为《荣耀之书》的代数学专著，在这本书中，他给出了二次方程式的全解证明，也讨论了等式 $ax^{2p}+bx^p=c$ 的类型，描述了根号式的加减（如 $\sqrt{8}+\sqrt{18}=\sqrt{50}$，$\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{16}$），同时描述了级数 $\sum_{i=1}^{n}i^2=(\sum_{i=1}^{n}i)(2n+1)/3$、$\sum_{i=1}^{n}i^3=(\sum_{i=1}^{n}i)^2$ 及相关的几何证明。同时，他还给出了丢番图方程的解，包括在丢番图方程中没有发现的25个问题。

南亚数学家艾布·哈桑·阿里在布威希王朝特别著名（约公元1029），他在前人研究的基础上，使用波斯语写了一本实用算术，并将其翻译成阿拉伯语。其算术方面的著作对分数除法、平方和立方的开方进行了解释，给出了用十进制小数表示六进制数的著名方法，比如 $\sqrt{17^\circ}=1/100\sqrt{170.000^\circ}=(1/100)412^\circ=4^\circ7'12''$。

伊本·海塞姆对反射问题有深入研究，其中包含阿尔哈曾（阿拉伯数学家、天文学家）提出的用几何证明解决镜面光线反射问题。该问题引出四度方程，伊本·海塞姆借助于双曲线切割圆解决了这一问题，他也用同样的方法解决了立方方程。

百科全书式学者艾布·比鲁尼（约公元1045年）是一位数学家、天文学家、哲学家、地理学家和旅行者，他对于数学有较大的贡献。他在印度度过了大半生，将许多梵文著作翻译成阿拉伯语，同时也将许多阿拉伯知识介绍给了印度人。他同时在不同领域卓有建树，给出了非常清晰的三角等分方法，解决了许多用直尺和圆规无法解决的问题。

欧麦尔·赫亚姆是中世纪最伟大的数学家和天文学家之一，著有《代数学》一书。他在代数学方面的研究受到了花拉子密的影响，他曾有力地促进了希腊数学、花剌子密和其他穆斯林代数学家的研究，将这一科学推向一个全新的发展历程。

如果说花剌子密研究了平方方程，那么欧麦尔·赫亚姆则讨论到了立方方程的求解问题。他根据这些方程的复杂程度将其归类，也就是说，根据不同条件进行归类。因为在17世纪初期，现代归类方法主要根据方程的次方进行归类。但人们注意到，方程的次方越高，

就有越多的限定条件，欧麦尔·赫亚姆将立方方程归为27个种类，并进一步将其分为四大类。他尝试对这些方程求解并讨论了解的限制条件，他还详细地研究了这些方程的根的几何作图法，对欧几里德的假设和通则进行了研究。1857年，沃皮克在巴黎将欧麦尔·赫亚姆在代数方面的成果编辑并被翻译成了法语。

天文学家查尔卡利解释了三角函数表的构成。贾比尔·伊本·阿法拉在其《三角学》、《天文学》等书中对三角函数作出过详细介绍，并给出了球面直角三角形中 C 为直角时的等价式：$\cos' B = \cos\alpha \sin B$ 。

伊本·雅斯敏曾经通过写诗来解说代数。在12和13世纪，默罕默德·哈萨尔比较著名，撰有算术和代数学方面的专著，在1271年被翻译成希伯来语。

阿卜杜·马利克·设拉子曾对阿波罗拜斯的专著进行过提炼，法赫鲁·恩迪·拉齐是一名哲学家，对欧几里德学说进行过介绍。在伊本·尤努斯的帮助下，穆罕默德·阿卜杜拉·伊本·哈萨尔写了一本名为《泰麻目指南针论》（Risalah al- Birkar al-Tamam）的专著，指出完美的圆规是可以绘出圆锥曲线的工具。

数学家伊斯潘诺·伊本·巴德编写子《数学概要》，该书不仅包括数字例子，还含有理论，介绍了二次方程、比例的算术理论和丢番图方程。

百科全书式的学者伊本·尤努斯(约公元1242年)写过一本关于算数、几何、平方数字、七边形等主题的论著，解决了弗雷德里克提出了的问题之一。该问题最早可能是由艾尤比·凯米利（1218年到1238年埃及统治者；　1234年到1235年大马士革统治者）提出的——“关于如何构建一个平方的等价物对一个圆弓形”（construct a square equivalent to a circular segment）。伊本·尤努斯的学生们进一步论证了他的方法，穆法德尔·伊本·欧麦尔·阿巴哈伊也撰写了研究这一问题的论文。

现摩洛哥天文学家、数学家和地理学家哈桑·马尔基沙也是一位著名学者，有多部天文学方面的专著，最著名的一本书介绍实用天文工具、方法、三角法和日晷制作法。他在这本书中强调了正弦和正矢，而且也给出了所谓的补正弦，同时他也编制了一个以半度为单位的正弦表和正矢和逆正弦的表。

13世纪北非数学家和天文学家，艾布·阿拔斯·艾哈迈德·伊本·默罕默德也是著作等身，一生撰有74部作品，大多数著作是关于数学和天文学方面的，最著名的是《算术概要》，该书在其后的两个世纪里得到了广泛研究，并出现了许多的评论。伊本·赫勒敦高度赞扬了这本书被，1864年还出现了法语译本。本书是一部算术概论，包含许多有趣的专题，里面有许多印度的常用数字，也有许多关于平方、立方、七次方、八次方和九次方的研究，并给出了双试位法。

$$\sqrt{a^2+r}=\begin{cases} a+\dfrac{r}{2a} & \text{若} r \le a; \\ a+\dfrac{r}{2a+1} & \text{若} r > a. \end{cases}$$

除《算术概要》之外，作者还撰有四篇论文，分别是关于整数、分数、根和比例方面的计算。也著有二项式等方面的论文，例如 $a \pm \sqrt{b}$ 或 $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ ；还有遗传问题、几何问题，他还介绍了欧几里德，并写了本曲面测量的专著，还有一本代数专著。

纳西尔丁·艾德尔·图西是一位南亚哲学家、数学家、天文学家、物理学家和科学家，主要使用阿拉伯语和波斯语进行写作，于1201年出生于今伊朗呼罗珊图斯。1258年，阿拔斯王权终结时，他成为多瑞亚斯的一名部长。他著有64本不同主题的著作，涉及天文、三角、几何、代数。他还对遗传问题颇有研究，并且给出了两个奇数平方和不能等于一个平方的证明(two odd squares cannot be a square)。证明了如果一个圆心接触另一个双径圈，如果两个圈朝相反的方向转动，小圆的速度比另一个大两倍，那么小圆的接触点就会沿着大圆的直径移动。

纳西尔丁的主要贡献在于三角学，他对梅涅劳斯球面三角学著作进行了翻译，其本人也有论著，他所著的《论完全四边形》一书在三角学发展史上享有重要的地位，书中包含解球面直角三角形的六条基本公式，并指出现今所谓的继三角形来解更一般的三角形的方法，他的研究使平面三角和球面三角系统化，并独立于天文学。其另一部著作《欧几里德的叙述》是一本关于几何学方面的书，其中指出了欧几里德的第五公式与“矩形存在命题”之间的关系，此外，他还有天文学、医学、逻辑学等方面论著，并翻译注解了许多古代经典著作，这些工作在当时影响很大，然而，欧洲人直到15世纪才获悉纳西尔的这些科研成果。

继纳西尔丁《论完全四边形》之后，安达卢西亚穆斯林数学家和天文学家马格里布写了一部同名著作，该著主要基于纳西尔丁的工作，也有原创性的发现，比如，该书给出了两个球面三角形的正弦定理的证明，其中一个与纳西尔丁所提出的观点完全不同，这一定理进而推广到其他三角形的研究中，作者还对希腊经典著作欧几里德的《几何原本》、梅涅劳斯的《球面学》等学术成果有所介绍。

20世纪最具影响力的科学史学家乔治·萨顿（1884-1956）描述了拉丁和穆斯林世界这一科学分支的发展情况，他写到：尽管在一些拉丁语著作中记载着许多数学流派的发展，但直到13世纪，许多阿拉伯著作融合进来后，这些工作才变得富有意义。他进一步说到：“我们当正确认识伊斯兰，它就像阴暗潮湿中的阳光，从一个沉睡的世界进入一个充满活力的世界。”在东方，埃及人在数学方面的成就相当显著；而在西方，西班牙、摩洛哥、突尼斯和其他地方的穆斯林则贡献卓著。

3.结束语

在人类文明史上，任何民族都做出过相应的贡献，不可否认，中世纪穆斯林在科学领域几乎独领风骚，然而，任何民族的发展都要遵循历史发展规律。事实上，伊斯兰教经典《古兰经》讲述大量不同民族典故，意在促进不同民族和信仰群体之间的交流和互动，然而，不知从何时开始，早期钟爱科学研究的穆斯林，到了近现代几乎把目光完全投向了宗教功修领域，致使他们开始慢慢与现代化甚至工业化相脱节，逐渐消沉，沦至被动挨打局面，不觉间失去了往日的风采。相信终有一天，阿拉伯民族会像中华民族一样，重新站起来，重塑形象，再创辉煌。

致谢

本文为甘肃省社科基金一般项目《网络舆情对甘肃社会稳定的影响与对策研究》的阶段性成果之一。

References

[1] D.V, Smith, History of Mathematics，*Ginn and Company*,Vol.1, pp. 17,1923.
[2] Joseph Needham - Science And Civilisation In China , pp. 334,1978.
[3] Bao fangxun, sun qinghua , The Rise and Decline of Mathematics in Arabia, Shandong *Education Press,* pp.1,2009.
[4] Bao fangxun, sun qinghua , The Rise and Decline of Mathematics in Arabia, *Shandong Education Press,* pp. 115,2009.
[5] sarton, George, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution,* Vol. I, pp. 521,1953,.
[6] Arnold and Guillanne, The Legacy of Islam , *Legacy Series,* pp. 385,1974.
[7] Arnold and Guillanne, The Legacy of Islam , *Legacy Series,* pp. 384,1974.
[8] Arnold and Guillanne, The Legacy of Islam , *Legacy Series,* pp. 384-385,1974.

[9] Arnold and Guillanne, The Legacy of Islam , *Legacy Series,* pp. 386,1974.

[10] Al-khawarizmi, Muhammad Ibn Musa, kitab al-jabr wa"L Muqabalah, cairo, *Preface by Ali Mustafa and Muhammad Musa,* pp. 13,1939.

[11] Arnold＆Guillaume, pp. 382.

[12] Sarton, George, Introduction to the History of Science Washington,*Carnegie Institution,* vol. I, pp. 531,1953.

[13] Sarton, George, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, vol. I, pp. 531,1953.

[14] Sarton, George, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, vol. I, pp.530,1953.

[15] Sarton, George, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution,* vol. I, pp. 562,1953.

[16] Sarton,George, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution,* vol. I, pp. 562,1953.

[17] Ibn Nadeem,AL-fihrist, Cairo, pp. 383.Sarton, George, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 563,1953.

[18] Al-khwarizmi,Muhammad Ibn Musa, kitab al-jabr wa"L Muqabalah, cairo, *Preface by Ali Mustafa and Muhammad Musa,* pp. 15-66, 67-106,*1*939.

[19] Arnold ＆ Guillaume, The Legacy of Islam , *Legacy Series,* pp. 384.

[20] Ibn Nadeem, AL-fihrist, Cairo, pp. 378-379 .Sarton,Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.561,1953.

[21] Ibn Nadeem, AL-fihrist, *Cairo*, pp.357.

[22] Sarton,,Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 559,1953.

[23] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 585,1953..

[24] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.597,1953.

[25] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution* ,pp.598,1953.

[26] Al-Qifti, Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp.254,1903.

[27] Sarton,Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institutio*n, pp. 598-599,1953.

[28] Al-Qifti, Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp.599,1903.

[29] Al-Qifti, Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp.602,1903.

[30] Al-Qifti, Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp. 630,1903.

[31] Al-Qifti, Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp. 631,1903.

[32] Al-Qifti, Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp. 631,1903. Al-Qifti, Tarikh al-hukama, Leipzig, pp. 57,1903.

[33] Al-Qifti, Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp. 233,1903.

[34] Sarton ,Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 664,1953.

[35] Al-Qifti, Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp. 351,1903.

[36] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 665,1953.

[37] Sarton,Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 666,1953.

[38] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 666,1953.

[39] Ibn Nadeem, AL-fihrist, *Cairo*, pp. 394.

[40] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.667,1953.

[41] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.668,1953.

[42] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.668,1953.

[43] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 666,1953.

[44] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, Carnegie Institution, pp.718,1953.

[45] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.719,1953.

[46] Al-baghdadi, Isma'il Basha, Hadiyyat al-Arifin, *Istanbul*, Vol. II, pp. 66,1951,

[47] Sarton ,Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 721,1953.

[48] Sarton ,Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp. 707,1953.

[49] Sarton ,Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.759,1953.

[50] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*,pp.758,1953.

[51] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, vol.II, Part I, pp. 206,1953.

[52] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, vol. II, Part I, pp.400,1953.

[53] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, vol. II, Part I,pp.401,1953.

[54] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, Vol II, Part II, pp. 622,1953.

[55] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, Vol II, Part II, pp.600,1953.

[56] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, Vol II, Part II, pp.621,1953. Al-baghdadi,Isma'il Basha, Hadiyyat al-Arifin, Milli Eğitim Basımevi , Vol. I, pp. 286,1951.

[57] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*,pp.998,1953.

[58] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.1001,1953.

[59] Al-baghdadi,Isma'il Basha, Hadiyyat al-Arifin,*Istanbul*, Vol. II, pp. 131,1951.

[60] Sarton Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.1015,1953. Al-baghdadi Isma'il Basha, Hadiyyat al-Arifin, *Istanbul*, pp.516,1951.

[61] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.695,1953.

[62] Sarton, Introduction to the History of Science Washington, *Carnegie Institution*, pp.716,1953.

[63] Al-Qifti,Tarikh al-hukama, *Leipzig*, pp. 230,1903.

[64] Al-baghdadi, Isma'il Basha, Hadiyyat al-Arifin, *Istanbul*, Vol. I, pp. 838,1951.